

連立一次方程式の解法(練習問題)

2002/5 平野拓一

1. はじめに

数学の線形代数[1][2]で行列の理論を習うが、数値的に大規模な行列を解くことは物理学、工学(機械・電気・情報・化学・材料など)、経済学など多くの学問分野で重要となる。異なる学問分野で取り組んでいる問題は当然異なるのだが、実際に数値的に問題を解く段階になると行列方程式を解くという共通の作業になることが多い。そのように異なる分野に共通する特徴を抽出するのが学問でもあり、行列方程式を数値的に解いたりする「数値計算」という学問分野も存在する。

ここでは、この先モーメント法で必要となる行列方程式を解く手法について説明する。数学の線形代数では行列方程式 $Ax = b$ を解くには左から A の逆行列 A^{-1} を掛ければよいと教えられるが、コンピュータで計算するときは逆行列を求めるのに時間がかかるため、より高速なアルゴリズムが用いられる(行列方程式を解くために逆行列を求める必要はない)。最も用いられている行列方程式を解く数値計算手法は**ガウスの消去法(Gaussian elimination)**と言われるものである。このことは文献[3]に詳しい。また文献[3]は線形代数を勉強するにも非常にわかりやすく書かれているのでお薦めである。

2. Netlib のサブルーチン

ガウスの消去法の理論は文献[3]にお任せして、ここではすでにある Fortran のサブルーチンを使った演習を行う。サブルーチンは高速で信頼できるサブルーチンライブラリで有名な **Netlib** (<http://www.netlib.org>) の **Lapack** (線形代数計算) からダウンロードしたものを使おう。Netlib では他にも様々な特化された行列を解くサブルーチンをダウンロードできる。例えば、行列方程式を解く問題でも、実際には対角線(左上から右下)付近にしか値がなく、他は全て 0 となる行列方程式を解く問題に直面することが多い。そのときはそのような問題に特化したアルゴリズムもあり、特化したサブルーチンを使った方がメモリ、計算速度の面で有利になる。特化した行列を扱うサブルーチンも Netlib で配布されている。しかし、後で勉強するモーメント法では行列が密(0 が少ない)になるという性質があるため、一般の行列を扱うサブルーチンを使う(zgesv)。

問題

Lapack のサブルーチン zgesv を使って次の行列方程式を解きなさい。

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

解答

$$(x, y) = (2, -1)$$

[参考文献]

- [1] 寺田 文行：「線形代数」，サイエンスライブラリ理工系の数学〈23〉
- [2] 笠原 皓司：「線形代数学」，サイエンスライブラリ
- [3] ギルバート・ストラング（著），井上 昭（翻訳）：「線形代数とその応用」，産業図書